UNIDAD 2 | SEMANA 8 | PLAN 8.2.8

Sistemas de ecuaciones lineales

Unidad 2 · Funciones lineales · Estándar: Álgebra

Nombre _____

Fecha _____

8.A.4.1 Indicador

Resuelve un sistema que consiste en: • dos ecuaciones lineales en dos variables • dos inecuaciones lineales en dos variables usando gráficas, tablas, el método algebraico y la tecnología, y describe la naturaleza de las posibles soluciones (no tiene solución; tiene una solución; tiene infinitas soluciones).

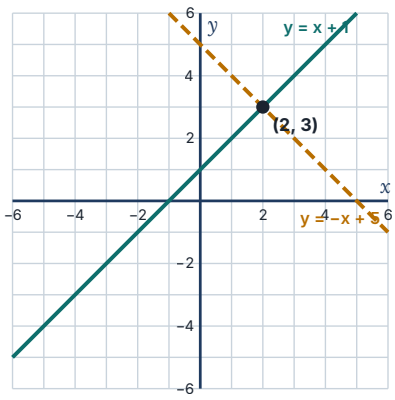
Esta semana demostrarás que…

- ✓ Explico qué es la solución de un sistema y compruebo si un par ordenado lo es.
- ✓ Resuelvo sistemas por el método gráfico, de sustitución y de eliminación.
- ✓ Describo si un sistema tiene una solución, ninguna o infinitas soluciones.
- ✓ Modelo y resuelvo problemas de la vida diaria con sistemas de ecuaciones.

1 Lo que necesitas saber

¿Qué es un sistema de ecuaciones?

Un **sistema de ecuaciones lineales** son dos (o más) ecuaciones con las mismas variables que deben cumplirse **a la vez**. La **solución** es el par ordenado (x, y) que hace verdaderas ambas ecuaciones. En la gráfica, es el **punto donde se intersecan las rectas**. Se escribe como conjunto solución: {(x, y)}.



Las rectas se cortan en (2, 3): esa es la solución.

Tres posibilidades

Las rectas…	Soluciones	Cómo se reconoce
se cortan en un punto	Una solución	Pendientes diferentes.
son paralelas	Ninguna: { }	Misma pendiente, distinto intercepto en y. Al resolver aparece algo falso, como 0 = 5.
coinciden (son la misma)	Infinitas	Una ecuación es múltiplo de la otra. Al resolver aparece 0 = 0.

Tres métodos de solución

1
Gráfico
Grafica ambas rectas (con una tabla o con pendiente e intercepto) y localiza el punto de intersección. Es visual, pero puede ser poco exacto.

2
Sustitución
Despeja una variable en una ecuación, sustitúyela en la otra, resuelve la ecuación de una variable y halla la otra variable.

3
Eliminación
Suma o resta las ecuaciones (multiplicándolas antes si hace falta) para que una variable desaparezca. Resuelve y sustituye.

4
Comprueba
Sustituye el par en **las dos** ecuaciones originales. Si ambas son verdaderas, es la solución.

¿Qué método conviene?

1. Si una variable ya está despejada (y = ..., x = ...): **sustitución**.
2. Si una variable tiene coeficientes opuestos o iguales (+y y −y): **eliminación**.
3. Para ver la situación o estimar: **gráfico**.

¡Cuidado! Al sustituir, usa paréntesis y distribuye: 2(8 − y) = 16 − 2y, no 16 − y. Y no termines con un solo valor: la solución es un **par ordenado**.

2 Ejemplos resueltos

Observa qué método se usa en cada ejemplo y por qué.

EJEMPLO 1 · MÉTODO GRÁFICO

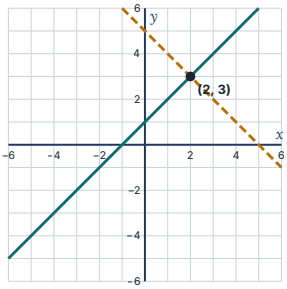
Resuelve $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$

Recta 1: intercepto 1, pendiente 1.

Recta 2: intercepto 5, pendiente −1.

Se cortan en (2, 3).

Solución: {(2, 3)}



Comprueba: 3 = 2 + 1 ✓ y 3 = −2 + 5 ✓

EJEMPLO 2 · ¿ES SOLUCIÓN?

¿Es (3, 1) solución de $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$?

Ecuación 1: 3 + 1 = 4 ✓

Ecuación 2: 2(3) − 1 = 6 − 1 = 5 ✓

Sí, (3, 1) es la solución.

Debe cumplir las **dos** ecuaciones.

EJEMPLO 3 · SUSTITUCIÓN

Resuelve $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 12 \end{cases}$

Sustituye y = 2x en la segunda: x + 2x = 12

= 3x = 12 → x = 4

y = 2(4) = 8

Solución: {(4, 8)}

Como y ya está despejada, la sustitución es directa.

EJEMPLO 4 · SUSTITUCIÓN: EL CORRAL (PLAN)

En un corral hay gallinas (x) y caballos (y): 8 animales y 26 patas. $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 26 \end{cases}$

Despeja: x = 8 − y

Sustituye: 2(8 − y) + 4y = 26

= 16 − 2y + 4y = 26

= 16 + 2y = 26 → 2y = 10 → y = 5

x = 8 − 5 = 3

3 gallinas y 5 caballos: {(3, 5)}

Comprueba: 3 + 5 = 8 ✓; 2(3) + 4(5) = 6 + 20 = 26 ✓

EJEMPLO 5 · ELIMINACIÓN SUMANDO

Resuelve $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$

Suma las ecuaciones: (x + y) + (x − y) = 10 + 4

= 2x = 14 → x = 7

7 + y = 10 → y = 3

Solución: {(7, 3)}

+y y −y se eliminan al sumar.

EJEMPLO 6 · ELIMINACIÓN MULTIPLICANDO

Resuelve $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Multiplica la segunda por 3: 3x − 3y = 3

Suma con la primera: 5x = 15 → x = 3

3 − y = 1 → y = 2

Solución: {(3, 2)}

Se multiplica para obtener coeficientes opuestos (+3y y −3y).

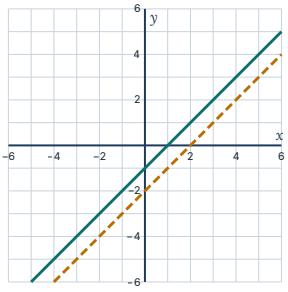
EJEMPLO 7 · SIN SOLUCIÓN (PLAN)

Resuelve $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

Multiplica la primera por 2: $2x - 2y = 2$

Resta de la segunda: $0 = 2$ (falso)

Las rectas son paralelas.



No tiene solución: { }

Si se obtiene 0 = 0, el sistema tiene infinitas soluciones.

ANALIZA EL ERROR

Carla resolvió $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 26 \end{cases}$ por sustitución.

× Trabajo de Carla

~~$2(8 - y) + 4y = 26$~~

~~$16 - y + 4y = 26$~~

~~**$16 + 3y = 26 \rightarrow y = 10/3$**~~

✓ Solución correcta

$2(8 - y) + 4y = 26$

$16 - 2y + 4y = 26$

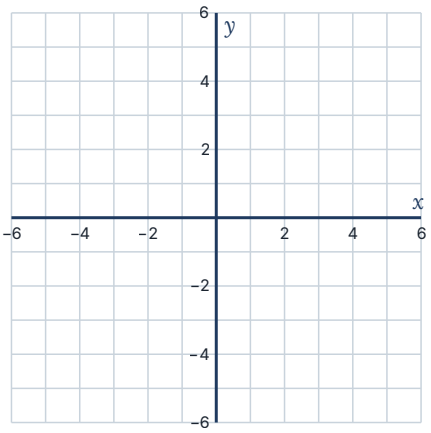
$16 + 2y = 26 \rightarrow y = 5; x = 3$

Carla no distribuyó el 2 a ambos términos del paréntesis: $2(8 - y) = 16 - 2y$. Un resultado como 10/3 caballos tampoco tiene sentido en el contexto.

A Práctica: muestra tu procedimiento (15 ejercicios)

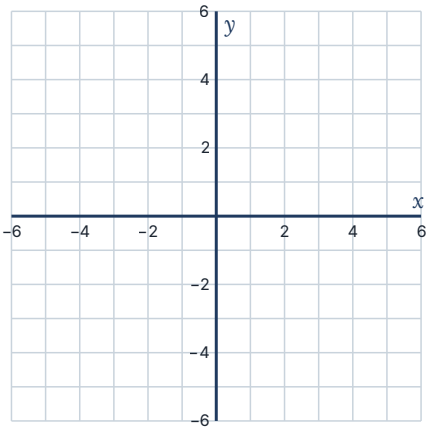
Muestra cada paso del método indicado y comprueba tu solución en las dos ecuaciones. Escribe el conjunto solución en el recuadro.

1 Resuelve gráficamente: $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$



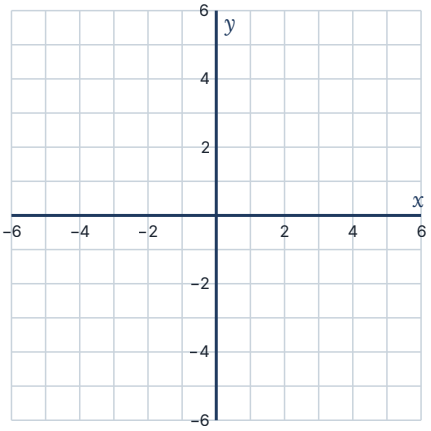
Respuesta

2 Resuelve gráficamente: $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$



Respuesta

3 Resuelve gráficamente: $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$



Respuesta

4 ¿Es (2, 5) solución de $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$? Justifica.

Respuesta

5 ¿Es (4, −1) solución de $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$? Justifica.

Respuesta

6 Sustitución: $\begin{cases} y = 3x \\ x + y = 16 \end{cases}$

Respuesta

7 Sustitución: $\begin{cases} y = x + 2 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

Respuesta

8 Sustitución: $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$

Respuesta

9 Sustitución: $\begin{cases} x + y = 9 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

Respuesta

10 Eliminación: $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Respuesta

11 Eliminación: $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

Respuesta

12 Eliminación: $\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

Respuesta

13 Eliminación: $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Respuesta

14 ¿Cuántas soluciones tiene $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$? Explica.

Respuesta

15 ¿Cuántas soluciones tiene $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 12 \end{cases}$? Explica.

Respuesta

B Selección múltiple (20 ejercicios)

Lee cada pregunta, haz tus cálculos en el espacio punteado y rellena el círculo de la mejor respuesta.

1. ¿Qué representa la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales en la gráfica?

(A) El punto de intersección de las rectas
(B) El intercepto en y de cada recta
(C) La pendiente de las rectas
(D) El origen del plano

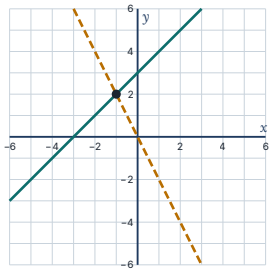
cálculos

2. ¿Qué par es solución de $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$?

(A) (3, 4)
(B) (5, 2)
(C) (4, 3)
(D) (6, 1)

cálculos

3. Según la gráfica, ¿cuál es la solución del sistema?



(A) (2, −1)
(B) (−1, 2)
(C) (0, 3)
(D) (1, −2)

cálculos

4. Si las rectas de un sistema son paralelas, el sistema...

(A) tiene una solución
(B) tiene infinitas soluciones
(C) tiene dos soluciones
(D) no tiene solución

cálculos

5. ¿Cuál es la solución de $\begin{cases} y = 4x \\ x + y = 15 \end{cases}$?

(A) (12, 3)
(B) (5, 10)
(C) (3, 12)
(D) (4, 11)

cálculos

6. ¿Cuál es la solución de $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$?

(A) (4, 2)
(B) (2, 4)
(C) (3, 3)
(D) (8, −2)

cálculos

7. Para eliminar y en $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$, conviene...

(A) restar las ecuaciones
(B) multiplicar la primera por 3
(C) dividir la segunda entre 3
(D) sumar las ecuaciones

cálculos

8. ¿Cuál es la solución de $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$?

(A) (1, 4)
(B) (4, 1)
(C) (4, −1)
(D) (5, −1)

cálculos

9. ¿Cuántas soluciones tiene $\begin{cases} y = -x + 5 \\ 2y = -2x + 10 \end{cases}$?

(A) Ninguna
(B) Infinitas
(C) Una
(D) Dos

cálculos

10. ¿Cuántas soluciones tiene $\begin{cases} y = 5x - 2 \\ y = 5x + 7 \end{cases}$?

(A) Infinitas
(B) Una
(C) Dos
(D) Ninguna

cálculos

11. ¿Cuál es la solución de $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 7 \end{cases}$?

(A) (2, 5)
(B) (5, 2)
(C) (3, 7)
(D) (1, 3)

cálculos

12. En una granja hay 10 animales entre gallinas (g) y cerdos (c), con 28 patas en total. ¿Qué sistema representa la situación?

(A) $\begin{cases} g + c = 28 \\ 2g + 4c = 10 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} g + c = 10 \\ 4g + 2c = 28 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} g + c = 10 \\ 2g + 4c = 28 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} 2g + c = 10 \\ g + 4c = 28 \end{cases}$

cálculos

13. En la situación anterior, ¿cuántos cerdos hay?

(A) 6
(B) 7
(C) 3
(D) 4

cálculos

14. Al sustituir $y = x - 4$ en $3x + y = 8$, se obtiene…

(A) $3x + x + 4 = 8$
(B) $3x + x - 4 = 8$
(C) $3(x - 4) + y = 8$
(D) $3x - 4 = 8$

cálculos

15. ¿Cuál es la solución de $\begin{cases} x = 3y \\ x + y = 20 \end{cases}$?

(A) (5, 15)
(B) (12, 4)
(C) (15, 5)
(D) (10, 10)

cálculos

16. Para resolver $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ por eliminación, un buen primer paso es...

(A) multiplicar la segunda ecuación por 3
(B) multiplicar la primera ecuación por 2
(C) sumar las ecuaciones sin cambiarlas
(D) restar las ecuaciones sin cambiarlas

cálculos

17. Gimnasio A: $20 de inscripción y $5 por clase. Gimnasio B: $35 de inscripción y $2 por clase. ¿Con cuántas clases cuestan lo mismo?

(A) 5
(B) 3
(C) 7
(D) 15

cálculos

18. ¿Qué sistema tiene como solución (2, −3)?

(A) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = -5 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

cálculos

19. Al resolver un sistema por eliminación se obtiene 0 = 5. ¿Qué significa?

(A) La solución es x = 0
(B) El sistema tiene infinitas soluciones
(C) El sistema no tiene solución
(D) Hay un error: siempre hay solución

cálculos

20. Al resolver un sistema se obtiene 0 = 0. ¿Qué significa?

(A) El sistema no tiene solución
(B) El sistema tiene infinitas soluciones
(C) La solución es (0, 0)
(D) El sistema tiene una solución

cálculos

C Respuesta extendida: resuelve problemas (5 problemas)

Contesta cada parte. Muestra tus cálculos y explica tu razonamiento con oraciones completas.

1. Comprendo	2. Planifico	3. Resuelvo	4. Compruebo
¿Qué datos tengo? ¿Qué me piden?	¿Qué estrategia u operación uso?	Muestro cada paso.	¿Mi respuesta tiene sentido?

1 Conejos y patos

En una finca escolar hay conejos (c) y patos (p). En total hay 15 animales y 46 patas (datos ficticios).

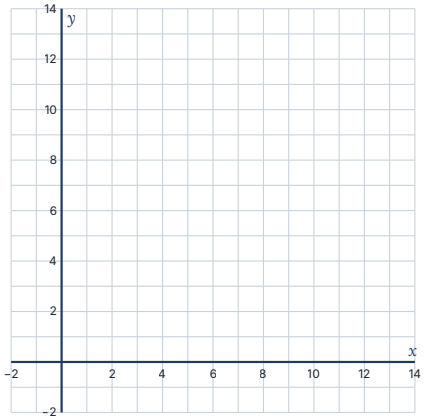
a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente la situación. Explica qué representa cada ecuación.

b) Resuelve el sistema por sustitución.

c) Comprueba tu solución en las dos ecuaciones y en el contexto.

2 ¿Qué taxi conviene?

El taxi A cobra \$4 al subir y \$1.50 por milla. El taxi B cobra \$1 al subir y \$2 por milla (datos ficticios).



a) Escribe una ecuación para el costo (y) de cada taxi según las millas (x).

b) ¿Con cuántas millas cuestan lo mismo? ¿Cuánto cuesta? Resuelve algebraicamente.

c) Para un viaje de 10 millas, ¿qué taxi conviene? Justifica con cálculos.

3 Diseña tu sistema

La primera ecuación de un sistema es $y = 3x + 2$.

a) Escribe una segunda ecuación para que el sistema **no tenga solución**. Explica.

b) Escribe una segunda ecuación para que tenga **infinitas soluciones**. Explica.

c) Escribe una segunda ecuación para que tenga **una solución** y halla esa solución.

4 Revisa el trabajo de Luis

Luis resolvió $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 26 \end{cases}$ así: x = 8 − y; 2(8 − y) + 4y = 26; 16 − y + 4y = 26; 3y = 10.

a) Identifica y explica el error de Luis.

b) Resuelve el sistema correctamente.

c) Comprueba tu solución en las dos ecuaciones.

5 Boletos para la obra escolar

Para la obra escolar, los boletos de adulto (a) cuestan \$6 y los de estudiante (e) \$3. Se vendieron 120 boletos y se recaudaron \$510 (datos ficticios).

a) Escribe el sistema de ecuaciones.

b) Resuélvelo por eliminación. Muestra cada paso.

c) ¿Cuántos boletos de cada tipo se vendieron? Comprueba en el contexto.

¿Cómo me fue esta semana?

Puedo…	Lo logré	Necesito practicar
Explico qué es la solución de un sistema y compruebo si un par ordenado lo es.	☐	☐
Resuelvo sistemas por el método gráfico, de sustitución y de eliminación.	☐	☐
Describo si un sistema tiene una solución, ninguna o infinitas soluciones.	☐	☐
Modelo y resuelvo problemas de la vida diaria con sistemas de ecuaciones.	☐	☐

Lo que más se me dificultó y cómo lo resolví: